Майер Р.В., д.п.н., профессор кафедры ФДФ
Глазовского государственного педагогического
института им В.Г.Короленко

КИБЕРНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

Как утверждал У.Р. Эшби, кибернетика – это “наука о том, как надо управлять очень сложной системой, чтобы в итоге она вела себя желательным для нас образом”. Основная задача кибернетической педагогики состоит в выявлении принципов и способов эффективного управления учебным процессом, при котором минимальные затраты времени (усилий, денег) позволяют достичь необходимого уровня знаний учащихся. Все это требует анализа кибернетической системы учебного процесса, состоящей из множества взаимосвязанных объектов, участвующих в информационном обмене. Это позволит качественно объяснить различные явления, создать математическую модель и перейти к имитационному моделированию на ЭВМ [1–5].

Рассмотрим **кибернетическую систему учебного процесса.** Она должна включать в себя абстрактные модели учителя, учеников и их родителей, способных воспринимать, запоминать, перерабатывать и обмениваться информацией. С целью упрощения рассуждений можно абстрагироваться от стохастического характера поведения перечисленных выше объектов и считать их детерминированными автоматами с большим числом внутренних состояний. Итак, учитель в простейшем случае моделируется автоматом, задаваемым двойкой $<P, A>$, где P — программа курса, A — алгоритм работы. Программа курса характеризуется списком из N вопросов (тем), их сложностью S_i и временем их изучения t_i. Модель ученика задается четверкой $<\alpha, \gamma, U, Z>$, где α — коэффициент научения, γ — коэффициент забывания информации, U — уровень его притязаний из интервала [0; 1], пропорциональный оценке, на которую учащийся претендует,

$Z = \{Z_1, Z_2, ..., Z_m\}$ — знания ученика. Будем считать, что Z_i — уровень знаний i–ой темы, который лежит в интервале [0; 1] и равен вероятности правильного выполнения теста по данной теме. Модель родителя — воображаемый автомат, задаваемый двойкой $<V, W>$, где W — уровень притязаний родителя, V — возможность родителя оказать психологическое воздействие на своего ребенка и повысить его мотивацию к обучению U .

В процессе обучения учитель воздействует на учеников, сообщая им учебную информацию и осуществляя текущий контроль (вопросы, тестирование). Учащиеся также воздействуют на учителя, сообщая, что им непонятно, задавая вопросы и выполняя задания текущего теста. Так возникает **первый замкнутый контур управления**. Учитель, наблюдая за деятельностью учеников, может быстро (в течение урока) реагировать: отвечать на вопросы, обращать внимание учащихся на их ошибки, помогать им их исправлять.

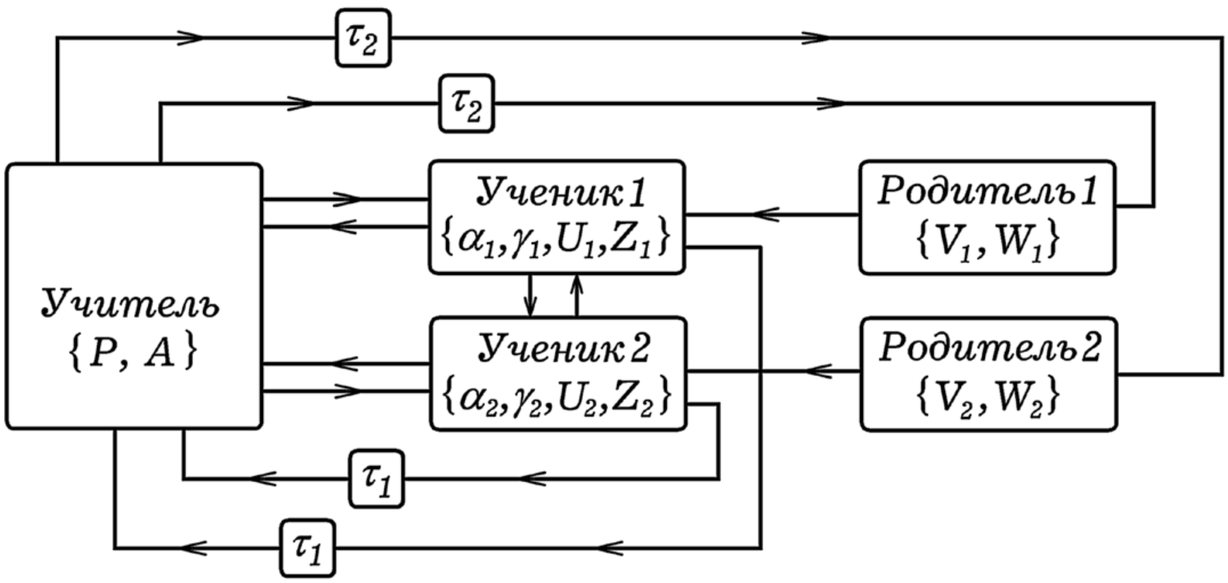

Рис. 1. Учебный процесс как кибернетическая система.

В конце изучения темы учитель проводит контрольную работу, результаты которой также позволяют оценить уровень знаний учащихся и выбрать дальнейшую стратегию обучения: либо приступить к изучению новой темы, либо повторить изучение тех вопросов, которые были усвоены недостаточно хорошо. Это **второй замкнутый контур управления**. Он содержит элемент задержки, который задерживает сигнал от учащегося на время τ_1 (несколько дней). В случае, когда учитель видит, что учащийся плохо работает, он сообщает об этом родителям. Если успехи ребенка не устраивают родителя ($Z < W$), и тот имеет возможность воздействовать на ребенка (V достаточно велико), то он повышает мотивацию учащегося к обучению, увеличивая его параметр U. Это **третий замкнутый контур управления**. Он также содержит элемент задержки на время τ_2 (1–2 недели). Можно усложнить систему, введя в нее новые элементы, например, директора школы, который контролирует работу учителя и результаты обучения, сопоставляя их с требуемым уровнем. При этом получится **четвертый замкнутый контур управления** (на рис. 1 он не изображен).

Теперь промоделируем взаимодействие учителя и учащегося на уроке. Пусть ученик должен механически запомнить последовательность выполнения определенной совокупности операций $O_0 \to O_1 \to O_2 \to \ldots \to O_9$, приводящей к решению некоторой учебной задачи. Например, научиться считать от 0 до 9, выучить алфавит, последовательность каких-то не связанных друг с другом слов, чисел и т.д. При этом процесс обучения состоит из двух этапов. На первом этапе обучаемый 5–10 раз выполняет последовательность операций $O_0 \to O_1 \to O_2 \to \ldots \to O_9$ вместе с учителем (компьютером, учебником), например, вслух читает алфавит. Каждый раз, когда учащийся совершает правильный переход от операции O_i к O_{i+1}, он учится с коэффициентом научения α_1. Это будем учитывать так: сначала вероятность правильного перехода $p_{i,i+1}$ увеличим на $\alpha_1(1-p_{i,i+1})$, после чего осуществим нормирование: вероятности всех переходов $p_{i,j}$ пересчитаем таким образом, чтобы их сумма была точно равна 1. Для нахождения нормированных вероятностей используется формула:

$$p_{i,j}^{норм} = p_{i,j} / (p_{i,0} + p_{i,1} + p_{i,2} + \ldots + p_{i,9}), \quad j = 0,1,2,\ldots 9.$$

На втором этапе обучения реализуется метод проб и ошибок. Ученик по памяти пытается воспроизвести запоминаемую последовательность операций, а учитель как–то реагирует на ответы учащегося: поощряет правильные, “наказывает” или исправляет неверные действия и т.д. На рис. 2 представлен алгоритм функционирования системы "учитель – учащийся". В случае правильного ответа учащегося учитель поощряет его (говорит "Да" или молчит), при этом школьник обучается с коэффициентом научения α_2. В случае ошибочного действия $O_i \rightarrow O_k,\ k \neq i+1$ учитель выбирает одну из следующих четырех стратегий реагирования.

Стратегия 1: "Неверно, повторите еще раз ту же операцию". При этом он "наказывает" учащегося с коэффициентом научения α_2. Это значит, что вероятности неправильного перехода p_{ik} уменьшается на $\alpha_3 p_{ik}$, а затем осуществляется нормирование всех вероятностей p_{ij} ($j = 1,2,..,N$). После этого учащийся снова пытается выбрать правильную операцию O_{i+1}.

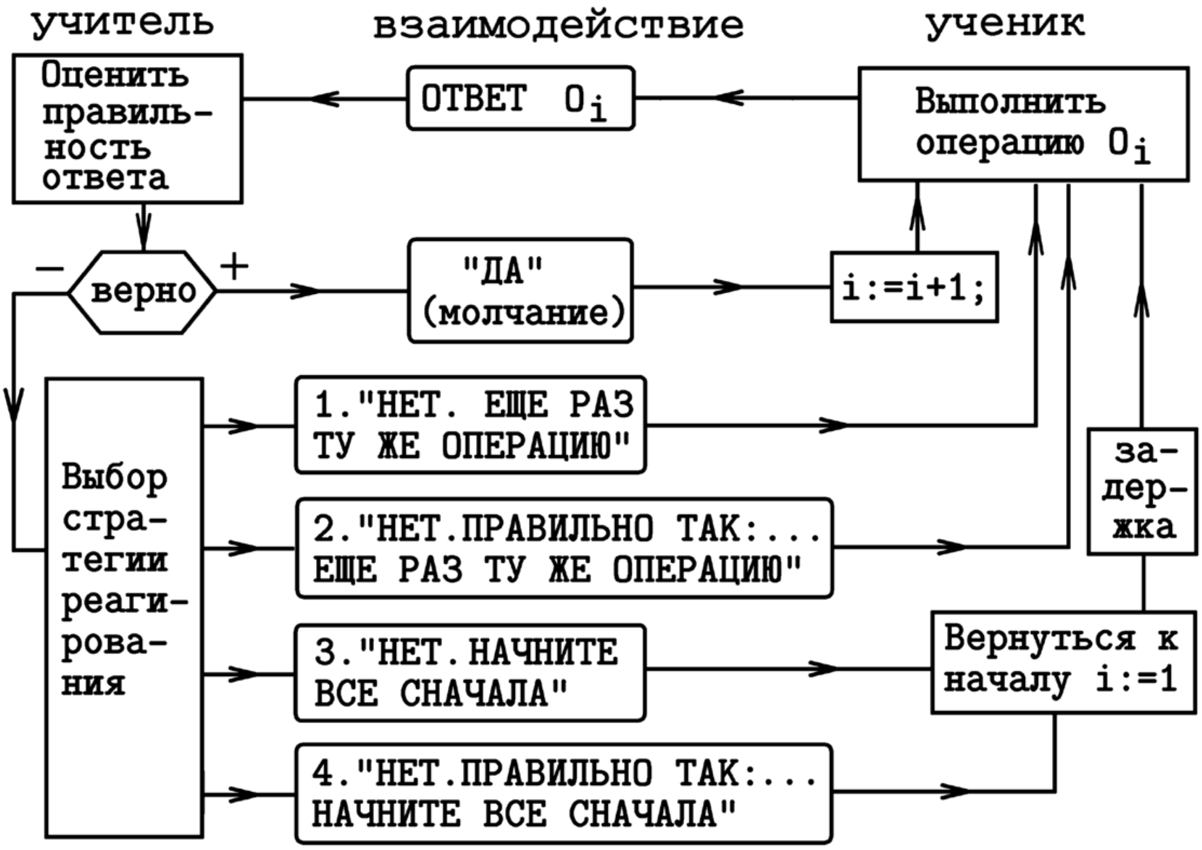

Рис. 2. Взаимодействие между учителем и учащимся.

Стратегия 2: "Неверно. Правильно так: O_{i+1}. Повторите еще раз ту же операцию". При этом увеличивается вероятность правильного перехода $p_{i,i+1}$ на $\alpha_3(1-p_{i,i+1})$ и нормируются остальные вероятности p_{ij} ($j=1,2,..,9$). Учащийся продолжает решение задачи с операции O_i.

Стратегия 3: "Неверно. Повторите всю последовательность действий с начала (с операции O_1)". Учащегося наказывают с коэффициентом обучения α_3. При этом вероятности неправильного перехода p_{ik} уменьшается на $\alpha_3 p_{ik}$, после чего осуществляется нормирование всех вероятностей p_{ij} ($j=0,1,..,9$). Затем учащийся начинает решать задачу с самого начала.

Стратегия 4: "Неверно. Правильно так: O_{i+1}. Повторите всю последовательность действий с начала (с операции O_1)". При этом увеличивается вероятность правильного перехода $p_{i,i+1}$ на $\alpha_3(1-p_{i,i+1})$ и нормируются остальные вероятности p_{ij} ($j=0,1,..,9$). Учащийся возвращается к началу задачи.

Важным вопросом является проблема оценки уровня научения учащегося. В качестве показателей успешности обучения выбраны: 1) уровень знаний (или сформированности навыка), равный среднему арифметическому вероятностей всех правильных переходов $p_{cp}=(p_{01}+p_{12}+p_{23}+...+p_{89})/9$; 2) вероятность правильного выполнения всей совокупности операций (решения задачи), равная произведению вероятностей всех правильных переходов: $p_{зад}=p_{01}p_{12}p_{23}p_{34}\cdots p_{89}$.

Для изучения рассматриваемой ситуации, использовалась специальная компьютерная программа. Результаты моделирования представлены в таблице 1 и на рис. 3. В нашем случае всего было 10 операций O_i, им соответствовало 9 правильных переходов: $O_0 \to O_1 \to O_2 \to \ldots \to O_9$. Было задано

$\alpha_1 = 0{,}1$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0{,}2$. Число повторов в предварительном обучении равно $k_1 = 5$. Каждый раз, когда учитель показывает правильную последовательность операций, вероятности правильных переходов при этом возрастают. После предварительного обучения (1 этап) уровень знаний был $p_{ср} = 0{,}47$, а вероятность правильного решения задачи $p_{зад} = 0{,}001$.

После этого моделировалось обучение методом проб и ошибок (2 этап). Решать задачу учащийся начинает с операции O_0, счетчик операций N_o увеличивается на 1. ПЭВМ выбирает случайное число x из интервала [0; 1] и методом выбора по жребию разыгрывается следующий номер операции, выбираемой учеником. Если ученик совершает правильный переход, то есть $O_i - O_{i-1} = 1$ (после O_4 выбрана O_5), то учитель хвалит учащегося, подтверждая правильность выбора. При этом вероятность правильно совершенного перехода увеличивается на $\Delta p = a_2(1 - p[o[i-1], o[i]])$, а затем нормируются вероятности p_{ij} ($j = 0,1,..,9$) так, чтобы их сумма была равна 1.

Если ученик совершил неправильный переход ($O_i - O_{i-1} \neq 1$), то учитель “наказывает” ученика, сообщая об ошибке. Если при этом он не подсказывает правильный выбор, то вероятность неверно совершенного перехода уменьшается на $\Delta p = a_3 p[o[i-1], o[i]]$, после чего вероятности p_{ij} нормируются. В случае, когда учитель подсказывает правильный ответ, используется другой алгоритм: вероятность неверно совершенного перехода уменьшается на Δp, а вероятность правильного перехода от O_{i-1} к $O_{i-1} + 1$ увеличивается на Δp. Сумма вероятностей всех переходов остается равной 1.

Для получения статистически устойчивых результатов использовался метод статистических испытаний. Программа делала 200 циклов (испытаний) и каждый раз вычисляла общее число ответов N_1, число ошибочных ответов N_2, общее время обучения $t = (N_1 - N_2)\Delta t_1 + N_2 \Delta t_2$, которое не должно превзойти заданную длительность занятия $t_{\max} = 800$ условных единиц времени (УВР). Когда это происходит, программа выходит из цикла, заканчивается данное испытание, результаты выводятся на экран ПЭВМ. В нашем случае $\Delta t_1 = 1$ УВР, $\Delta t_2 = 2$ УВР, то есть на ошибочный ответ и его исправление затрачивается в 2 раза больше времени, чем на правильный ответ.

Таблица 1.

Стратегия учителя	Число ответов, $N_{от}$	Число ошибок, $N_{ош}$	Время обучения, t	$p_{ср}$	$p_{зад}$
Стратегия 1	521	286	807	0,84	0,20
Стратегия 2	649	157	806	0,97	0,78
Стратегия 3	698	105	804	0,93	0,50
Стратегия 4	727	78	805	0,96	0,70

Из таблицы 1 видно, что при заданных параметрах модели наиболее эффективной является стратегия 2 (“Нет. Правильно так. Повторите еще раз ту же операцию”) и стратегия 4 (“Нет. Правильно так. Повторите все с начала”). Эти стратегии поведения учителя предполагают подсказку учащимся правильного выбора операции. При использовании учителем стратегии 4 учащийся дает максимальное количество ответов при минимальном числе ошибок. Стратегия 1 (без подсказки) является самой неэффективной.

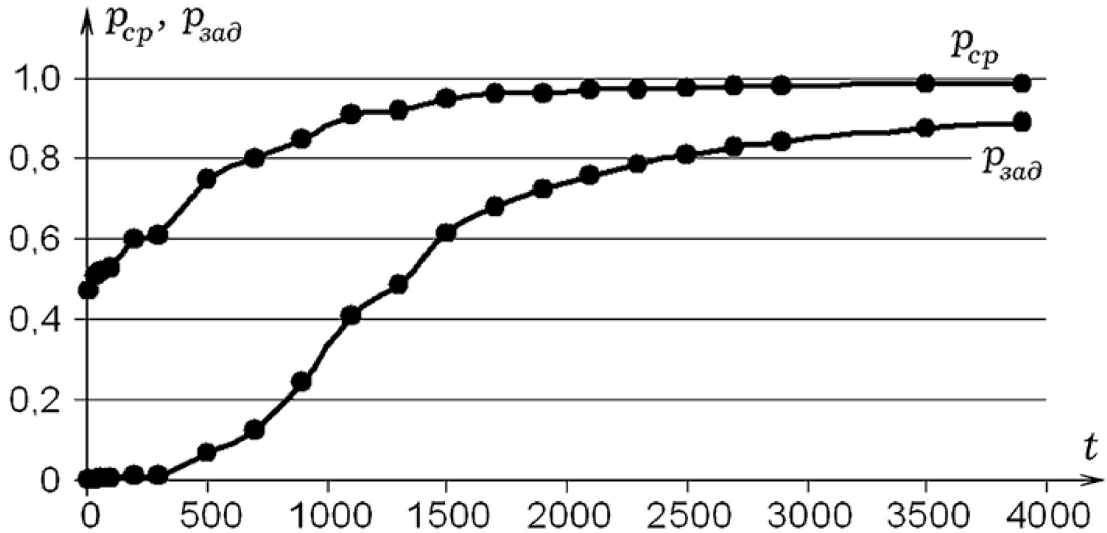

Рис. 3. Типичная зависимость $p_{ср}$ и $p_{зад}$ от времени обучения.

Стратегии 3 и 4, предусматривающие возврат учащегося к началу выполнения всех действий, приводят к тому, что он чаще выполняет первые операции O_1, O_2, O_3, O_4 и реже последние O_6, O_7, O_8, O_9. Поэтому после второго этапа обучения вероятности переходов p_{01}, p_{12}, p_{23}, p_{34}, достаточно высоки, в то время как вероятности p_{56}, p_{67}, p_{78}, p_{89} малы, что приводит к низкой вероятности $p_{зад}$ решения всей задачи. Стратегии 1 и 2 не требуют возврата учащегося к началу задачи, — после ошибки он продолжает выполнять действия с того места, где он совершил ошибку. Поэтому вероятности правильных переходов после второго этапа обучения примерно одинаковы. Стратегия 2 эффективнее стратегии 1 потому, что при ее использовании учитель подсказывает правильный выбор операции, а не только "наказывает" и "поощряет" учащегося своей устной оценкой.

Для изучения зависимости уровня знаний $p_{ср}$ и вероятности $p_{зад}$ решения задачи от времени обучения методом проб и ошибок был проведен вычислительный эксперимент, в котором задавалось время обучения t и определялись средние значения $p_{ср}$ и $p_{зад}$ каждый раз для 100 испытаний. При этом использовалась стратегия 1. Получающиеся графики представлены на рис. 3. Видно, что в процессе обучения кривая научения растет по логистическому закону от 0,47 (уровень после предварительного обучения) до 1. Вероятность правильного выполнения задачи $p_{зад}$ сначала невелика, затем также возрастает, стремясь к 1. При использовании других стратегий характер изменения $p_{ср}$ и $p_{зад}$ такой же, скорость возрастания больше.

Теперь промоделируем другую ситуацию. Пусть учащийся решает несколько однотипных задач, состоящих в выполнении одной и той же последовательности действий. В начале обучения вероятности p_i правильного выполнения $(i+1)$–ой операции после i–ой операции малы и равны 0,1. Ученик приступает к решению j–ой задачи. При правильном выборе первой операции, он переходит ко второй и т.д. На каждый шаг затрачивается одинаковое время Δt. Допустим, он ошибся и продолжает двигаться по неправильному пути. ВА совершает заданное количество шагов $k = N + 2$, и, видя неверный результат, обращается к учителю. Учитель в течение времени $2\Delta t$ проверяет решение и находит число j первых правильно выполненных операций. Он сообщает ученику, что операции 1, 2, 3, ,.., j выполнены правильно и подсказывает $(j+1)$–ую операцию. В результате этого подкрепления и подсказки соответствующие вероятности p_i $(i = 1,2,..., j, j+1)$ правильных переходов увеличиваются на $a(1 - p_i)$. После этого ученик либо возвращается к операции 1, либо пытается закончить решение задачи, выполняя $j+1$, $j+2$ и следующие операции. В случае ошибки, совершив k шагов и не решив задачу, он снова обращается к учителю.

После того, как задача решена правильно, происходит подкрепление, и вероятности p_i $(i = 1,2,..., N)$ выбора правильных действий увеличиваются на $a(1 - p_i)$. Вычисляется вероятность решения задачи $P = p_1 p_2 p_3 ... p_N$, характеризующая степень обученности ученика. Затем он приступает к решению следующей задачи того же типа и все повторяется.

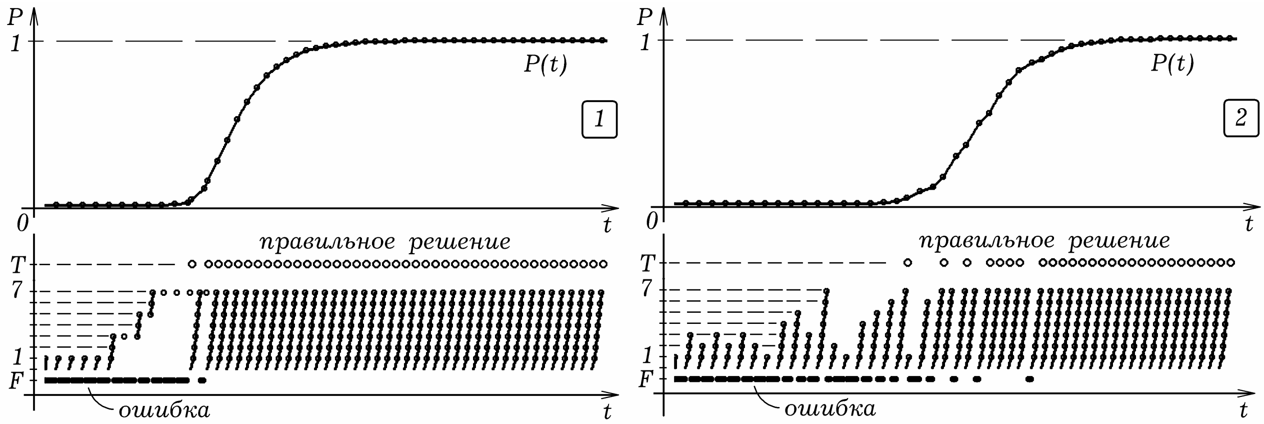

Рис. 4. Результаты моделирования обучения решению сложной задачи.

На рис. 4 представлены типичные результаты имитационного моделирования решения сложной задачи для двух ситуаций: 1) учащийся после совершения и ошибки и подсказки учителя продолжает решать данную задачу (рис. 4.1); 2) учащийся возвращается к началу решения той же задачи или решает другую подобную ей задачу (рис 4.2). При запуске программа рисует ступенчатую кривую, показывающую, как изменяется номер выполняемой учащимся операции, и строит график зависимости вероятности решения задачи данного типа от времени $P = P(t)$. В случае ошибки учащегося ПЭВМ ставит точку на уровне F (FALSE). Если задача решена правильно и до конца, то ПЭВМ ставит точку на уровне T (TRUE). Видно, что в обоих случаях формирование навыка происходит в соответствии с логистической функцией, графиком зависимости $P(t)$ является S–кривая. В первом случае формирование навыка происходит заметно быстрее, чем во втором. Это объясняется тем, что каждый раз возвращаясь к началу решения, ученик сначала учится выполнять операции 1, 2, 3 и не может сразу приступить к выполнению операций 4, 5, 6, 7. В первом же случае учащийся усваивает все операции одновременно.

Кибернетический подход в сочетании с методом имитационного моделирования позволяет проанализировать процесс обучения и изучить влияние различных факторов на его результат. Некоторые компьютерные модели представлены в [3] и на сайте www.rmajer.narod.ru/str1.htm.

Примечание

1. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс Э. Введение в математическую теорию обучения. — М: Мир, 1969. — 486 с.
2. Леонтьев Л.П., Гохман О.Г. Проблемы управления учебным процессом: Математические модели. — Рига, 1984. — 239 с.
3. Майер Р.В. Задачи, алгоритмы, программы. [Электронный ресурс] — URL: http://maier-rv.glazov.net, http://komp-model.narod.ru.
4. Майер Р.В. Психология обучения без огорчения: Книга для начинающего учителя. — Глазов: ГГПИ, 2010. — 116 с.
5. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. – М.: Наука, Гл. ред. физ. –мат. лит., 1986. — 496 с.