
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК 681.3

ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОВ: НАТУРНЫЙ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Р. В. Майер

*ФГБОУ ВПО «Глазовский государственный педагогический институт
имени В. Г. Короленко», г. Глазов, Российская Федерация*

Аннотация. Предлагается методика экспериментального изучения магнитного взаимодействия токов и измерения магнитной постоянной с помощью магнитных весов, состоящих из коромысла, двух обмоток и чашечки для гирь. Рассмотрен метод численного расчета силы магнитного взаимодействия между двумя обмотками, расположенными соосно в параллельных плоскостях. Результаты расчетов хорошо согласуются с результатами измерений.

Ключевые слова: магнитное взаимодействие, магнитное поле, силы взаимодействия, численный эксперимент.

THE STUDY OF MAGNETIC INTERACTION OF CURRENTS: PHYSICAL AND COMPUTER EXPERIMENT

R. V. Mayer

Abstract. The methods of experimental study of the magnetic interaction of currents and measurements of the magnetic constant with use of magnetic scales which is consisting of beam, two windings and the pan with weights are proposed. A method of the numerical calculation of the magnetic interaction forces between two coils which arranged coaxially in parallel planes are considered. The results of calculations are in good agreement with measurements.

Key words: magnetic interaction of the magnetic field, the interaction force, numerical experiment.

В методической литературе [1; 2] отсутствует описание методики экспериментального определения магнитной постоянной μ_0 . В то же время известны магнитные весы, позволяющие по силе магнитного взаимодействия между двумя обмотками определять ток в цепи [3, с. 88–91]. Ниже предлагается методика использования упрощенного варианта магнитных весов для изучения магнитного взаимодействия проводников с током и измерения μ_0 .

В курсе общей физики показано, что два параллельных проводника длиной l , находящиеся в воздухе на расстоянии $d \ll l$ друг от друга, по которым текут сонаправленные токи I_1 и I_2 , притягиваются с силой:

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d}.$$

Если проводники намотаны в обмотки по n витков радиусом r и по ним текут одинаковые токи $I_1 = I_2 = I$, то сила взаимодействия равна:

$$F = \mu_0 \frac{n^2 2\pi r I_1 I_2}{2\pi d} = \mu_0 \frac{n^2 r I^2}{d}.$$

Итак, сила F прямо пропорциональна квадрату тока I . Измерив F и I , можно определить магнитную постоянную μ_0 . Чтобы исключить систематические погрешности эксперимента, можно провести два опыта, определив F_1 и F_2 , соответствующие токам I_1 и I_2 при одинаковых d .

Тогда:

$$F_1 = \mu_0 \frac{n^2 r I_1^2}{d}, \quad F_2 = \mu_0 \frac{n^2 r I_2^2}{d}, \quad \mu_0 = \frac{d(F_1 - F_2)}{n^2 r (I_1^2 - I_2^2)}.$$

Эти формулы справедливы и в том случае, когда по обмоткам течет переменный ток с действующим значением I .

Для измерения μ_0 используется экспериментальная установка, состоящая из двух одинаковых обмоток 1 и 2, одна из которых лежит на столе, а другая подвешена к коромыслу 3; к другому его концу прикреплена чаша с грузами 4. Обмотки радиусом 6,8 см (или 13,5 см) по 60 витков (провод ПЭЛ 0,67) соединены последовательно с амперметром и реостатом 5–15 Ом и подключены к лабораторному автотрансформатору.

Перед проведением измерений с помощью грузов добиваются слабого перевеса чаши магнитных весов, при котором она только касается поверхности стола. Обмотки 1 и 2 располагают соосно точно друг под другом, развернув их так, чтобы при протекании тока они притягивались. На чашу весов кладут гирьку массой 5 г. Плавно увеличивая силу тока, определяют его минимальное значение, при котором чаша весов отрывается от поверхности стола и начинает подниматься вверх. Повторяют опыт, увеличивая массу чашечки с грузами на 5 г и каждый раз определяя силу тока, при котором сила магнитного взаимодействия уравнивает силу тяжести, действующую на гирьку.

По результатам двух измерений рассчитывают μ_0 . Она получается равной $(12 \pm 1) \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

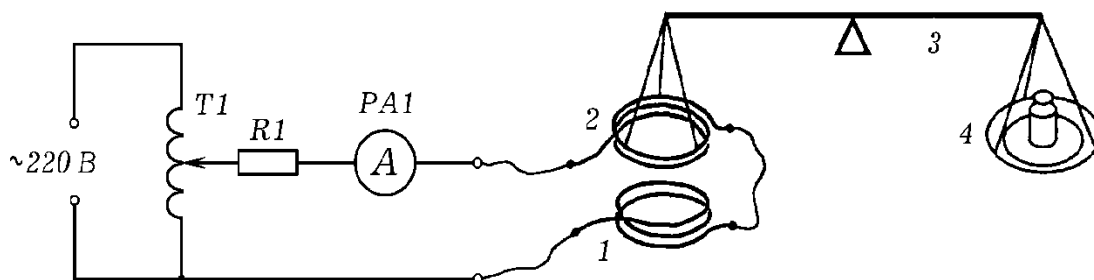


Рис. 1. Установка для изучения магнитного взаимодействия токов

При выполнении эксперимента студенты по результатам 10 измерений определяют μ_0 и исследуют зависимость силы взаимодействия F от силы тока I при различных расстояниях d между обмотками. Получающиеся экспериментальные кривые $F(I)$ при $d < r$ похожи на параболы. Если построить график зависимости $F = F(I^2)$, то точки окажутся рядом с прямой, проходящей вблизи начала координат; значит F пропорционально I^2 .

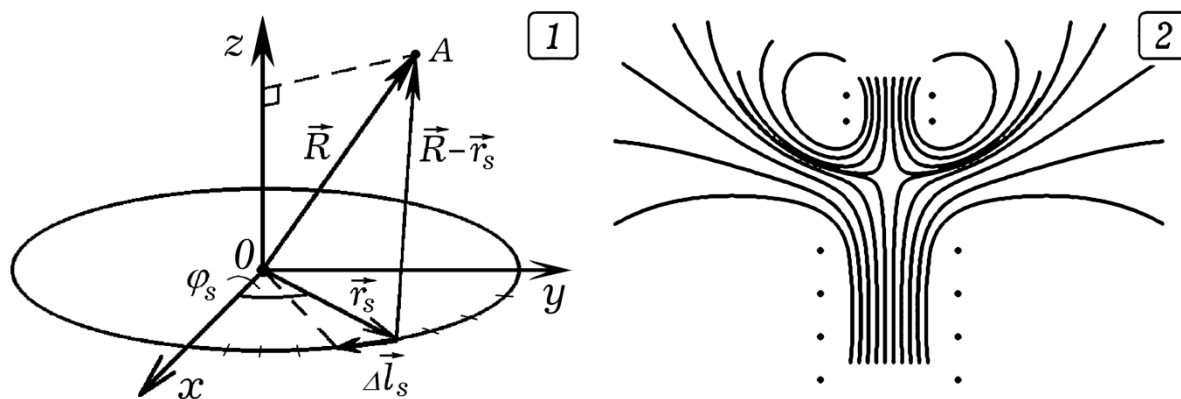


Рис. 2. Расчет магнитного поля витков с током

Оценим правомерность использования приведенных выше формул при d сравнимом с r . Для точного определения силы взаимодействия двух витков с током будем использовать метод численного интегрирования. Рассмотрим виток с током радиусом r , лежащий в плоскости xOy (рис. 2.1). Разобьем его на N элементов длиной $\Delta l = r\Delta\varphi$; координаты вектора $\Delta \vec{l}_s$ равны $(r \sin \varphi_s \Delta\varphi, -r \cos \varphi_s \Delta\varphi, 0)$, $\varphi_s = s\Delta\varphi$, $s = 1, 2, \dots, N$.

Расположение S -го элемента витка $\Delta \vec{l}_s$ и точки A , в которой определяется индукция поля \vec{B} , задаются векторами $\vec{r}_s(r \cos \varphi_s, r \sin \varphi_s, 0)$ и $\vec{R}(R_x, R_y, R_z)$. По закону Био-Савара-Лапласа:

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^N \frac{I[\Delta \vec{l}_s, (\vec{R} - \vec{r}_s)]}{|\vec{R} - \vec{r}_s|^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, I – сила тока.

Можно записать:

$$\Delta \vec{l}_s = \Delta l \sin \varphi_s \vec{i} - \Delta l \cos \varphi_s \vec{j} = r \Delta \varphi \sin \varphi_s \vec{i} - r \Delta \varphi \cos \varphi_s \vec{j},$$

$$\vec{r}_s = r \cos \varphi_s \vec{i} + r \sin \varphi_s \vec{j} + 0 \vec{k}, \quad \vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}.$$

В силу симметрии для всех точек плоскости yOz $B_x = 0$. В программе [5, с. 58], рассчитывающей магнитное поле, перебираются узлы двумерной сетки на плоскости yOz и вычисляются проекции B_z и B_y :

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^N \frac{I(\Delta l_{sx} \Delta y_s - \Delta l_{sy} \Delta x_s)}{\Delta R_s^3}, \quad B_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^N \frac{I(\Delta l_{sz} \Delta x_s - \Delta l_{sx} \Delta z_s)}{\Delta R_s^3},$$

где $\Delta x_s = R_x - r \cos \varphi_s$, $\Delta y_s = R_y - r \sin \varphi_s$, $\Delta z_s = R_z = d$ — проекции вектора $\Delta \vec{R}_s = \vec{R} - \vec{r}_s$, соединяющего элемент витка $\Delta \vec{l}_s$ с точкой A ; его длина равна $\Delta R_s = \sqrt{\Delta x_s^2 + \Delta y_s^2 + \Delta z_s^2}$. Если обмотка содержит несколько витков, то соответствующие проекции вектора \vec{B} суммируются.

Рассмотренный метод [4; 5] позволяет построить силовые линии одного или нескольких витков с током, а также двух обмоток, по которым токи текут в одном или противоположных направлениях (рис. 2.2) и т. д.

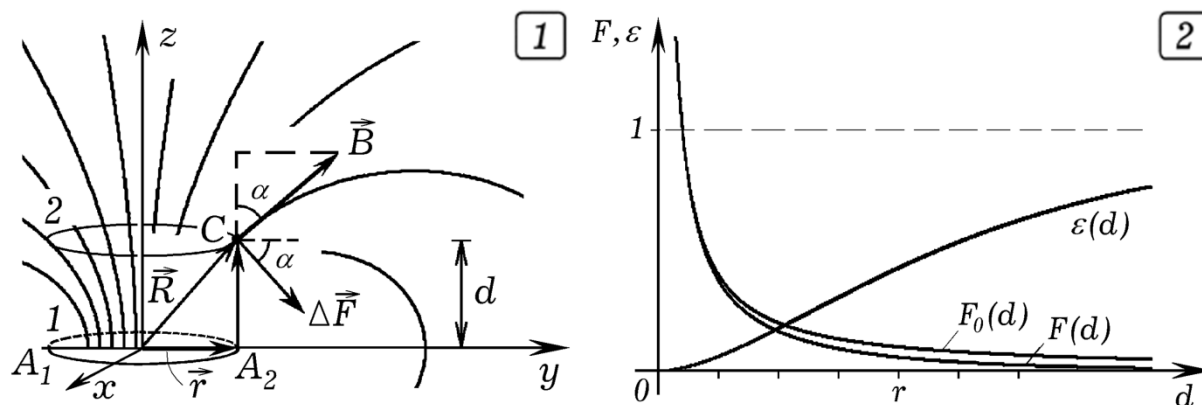


Рис. 3. Сравнения силы притяжения линейных проводников и витков с током той же длины

Рассмотрим виток радиусом r , пересекающий ось Oy в точках A_1 и A_2 (рис. 3.1). Определив индукцию магнитного поля \vec{B} в точке C , удаленной от A_2 на расстояние d , удастся найти силу $\Delta\vec{F}_s$, действующую на элемент Δl_{2s} витка 2 со стороны магнитного поля витка 1. Тогда сила притяжения обмоток определяется как сумма проекций $\Delta\vec{F}_s$ на ось Oz :

$$F_z = \sum_{s=1}^N \Delta F_{sz} = - \sum_{s=1}^N \Delta F_s \sin \alpha = -BI_2 N \Delta l_2 \sin \alpha = -2\pi BI_2 r \frac{B_y}{B}.$$

```

{$N+}Uses crt, graph;                                     { Free Pascal }
Const N=400; pi=3.1415; mu0=12.57E-7; I1=1; I2=1; { PR-1 }
r=0.068; M=5E+7; M1=3E+3;
Var i,j,DV,MV: integer; k,F,F0,B,Bx,By,Bz,Rx,Ry,Rz: single;
dfi,dx,dy,dz,dR,dlx,dly,dlz,sinA: single;
Procedure Raschet;
begin For i:=1 to N do begin dfi:=2*pi/N;
  dlx:=r*sin(dfi*i)*dfi; dly:=-r*cos(dfi*i)*dfi;
  dx:=Rx-r*cos(dfi*i); dy:=Ry-r*sin(dfi*i);
  dR:=sqrt(dx*dx+dy*dy+dz*dz);
  Bz:=k*I1*(dlx*dy-dly*dx)/(dR*dR*dR)+Bz;
  By:=k*I1*(dlz*dx-dlx*dz)/(dR*dR*dR)+By; end; end;
BEGIN DV:=Detect; InitGraph(DV,MV,'c:\bp\bgi');
line(0,350,680,350); line(20,0,20,450); k:=mu0/4/pi;
For j:=1 to 2000 do begin
  Bz:=0; By:=0; Rx:=0; Ry:=r; Rz:=0.005+0.001*j;
  dz:=Rz; Raschet; B:=sqrt(By*By+Bz*Bz);
  sinA:=By/B; F:=-2*pi*r*B*I2*sinA; F0:=mu0*I1*I2*r/Rz;
  circle(20+round(Rz*M1),350-round(F*M),1);
  circle(20+round(Rz*M1),350-round(F0*M),2);
  circle(20+round(Rz*M1),350-round((F0-F)*200/F0),1); end;
Repeat until KeyPressed; CloseGraph;
END.

```

Используемая программа PR–1 рассчитывает силу взаимодействия F между двумя витками и силу взаимодействия F_0 между двумя параллельными проводниками, по которым текут одинаковые токи, при различных расстояниях d . При этом строятся графики $F(d)$, $F_0(d)$ и относительной невязки $\varepsilon(d) = (F_0 - F) / F_0$.

Из рис. 3.2 видно, что при $d < r/4$ значения F и F_0 практически совпадают, а при $d = r$ отличаются почти в 2 раза ($\varepsilon = 0,43$). С ростом d/r величина F быстро уменьшается, поэтому измерить ее становится сложнее. В наших опытах $r = 0,068$ м, $n = 60$. При $d = 0,063$ м и $I_1 = I_2 = 5,7$ А результат измерения силы притяжения $F = 0,098$ Н, а результат вычислений на ПЭВМ $0,096$ Н, то есть теория подтверждается опытом. Сила взаимодействия линейных проводников той же длины $F_0 = 0,159$ Н ($\varepsilon = 0,39$). Невязке $\varepsilon = 0,10$ соответствует $d/r = 0,35$.

Опыты с обмотками радиусом $r = 0,135$ м дают аналогичные результаты.

Список использованных источников

1. Лабораторный практикум по общей физике: Учеб пособие для студентов физ. – мат. фак. пед. ин-тов / Ю. А. Кравцов, А. Н. Мансуров, Н. Г. Птицина и др.; Под ред. Е. М. Гершензона, Н. Н. Малова. – М. : Просвещение, 1985. – 351 с.
2. Расулов, Н. С., Каримов, А. Б. Универсальная установка для изучения магнитного взаимодействия токов // Физика в школе. – 1996. – № 2. – С. 55–56.
3. Хвольсон, О. Д. Курс физики. Т. 5 : Учение о магнитных и электрических явлениях / Изд. второе. – Берлин : Гос. Издат., 1925. – 983 с.
4. Майер, Р. В. Задачи, алгоритмы, программы. [Электронный ресурс] / URL: <http://maier-rv.glazov.net>, <http://komp-model.narod.ru>.
5. Майер, Р. В. Компьютерное моделирование физических явлений. – Глазов : ГГПИ, 2009. – 112 с. (<http://mayer.hop.ru>)

References

1. Kravtsov Y. A. Laboratory training in General Physics : Study Guide for Physics Students. Moscow, Education , 1985, 351 p.
2. Rasulov N. S., Karimov A. B. Universal unit to study the magnetic interaction of currents, Physics of the school, 1996, No 2, pp. 55–56.
3. Khvolson O. D. Physics course . Vol. 5 : The doctrine of the magnetic and electrical phenomena. Berlin, Gos. Izdat., 1925, 983 p.
4. Maier R. V. Objectives , algorithms and programs, Available at: <http://maier-rv.glazov.net>, <http://komp-model.narod.ru>.
5. Maier R. V. Computer modeling of physical phenomena. Glasov, 2009, 112 p. (<http://mayer.hop.ru>)