

УДК 37.02

## ИЗУЧЕНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ УЧЕНИКА МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

**Майер Роберт Валерьевич**

доктор педагогических наук, профессор  
кафедры физики и дидактики физики  
ФГБОУ ВПО «Глазовский государственный педагогический  
институт им. В.Г.Короленко»

robert\_maier@mail.ru  
ул. Первомайская, 25  
г.Глазов, РФ, 427621  
+7 (34141) 71632

**Аннотация:** В статье рассматриваются математическая и компьютерная модели процесса обучения, учитывающие, что: 1) во время обучения у ученика увеличивается количество непрочных знаний, причем часть непрочных знаний превращаются в более прочные, которые забываются медленнее; 2) если разность между знаниями ученика и требованиями учителя растет, то усилия, прилагаемые учеником, сначала увеличиваются, достигают максимума, а затем уменьшаются; 3) при увеличении скорости изложения нового материала коэффициент передачи канала связи «учитель–ученик» сначала остается равным 1, а затем плавно уменьшается до 0. Предложена компьютерная программа, позволяющая исследовать имитационную модель ученика методом статистических испытаний, осуществлена серия вычислительных экспериментов, проанализирована зависимость результатов обучения от скорости передачи информации от учителя к ученику. Показано, что при определенной скорости сообщения учебного материала изначально однородная совокупность учеников распадается на группу учеников, усвоивших учебный материал полностью, и группу учеников которые его усвоили частично.

**Ключевые слова:** теория обучения, имитационное моделирование, дидактическая система, статистическое моделирование, обучение, учитель, ученик.

### Введение

В настоящее время известно большое количество разнообразных компьютерных моделей, имитирующих процесс обучения, и позволяющих определить состояние ученика тот или иной момент времени. [1–8, 11] Дидактическая система «учитель–ученик» является

стохастической: ее функционирование не определяется полностью параметрами, начальным состоянием и внешними воздействиями, а зависит от случайных факторов. Для изучения подобных систем используется метод статистического моделирования, который заключается в многократном проведении испытаний с последующей статистической обработкой получающихся результатов. [10] Сущность метода состоит в следующем: 1. Создается компьютерная модель исследуемой системы, имитирующая поведение элементов системы и их взаимодействие друг с другом и внешней средой. 2. Автоматически выполняется серия из большого числа испытаний компьютерной модели, в ходе которых случайным образом изменяются параметры системы и внешние воздействия. 3. Результаты вычислительного эксперимента обрабатываются статистическими методами, интерпретируются и анализируются. При достаточно большом количестве испытаний получающиеся значения приобретают статистическую устойчивость и могут рассматриваться как характеристики функционирования исследуемой системы. Цель работы состоит в изучении компьютерной модели процесса обучения методом статистического моделирования.

## 1. Построение имитационной модели обучения

Обычно дидактическая система состоит из источника информации (учителя), приемника информации (ученика), которые соединены прямым каналом связи (от учителя к ученику) и обратным каналом связи (от ученика к учителю). [5–7] Допустим, изучаемая тема включает в себя  $n$  элементов учебного материала (ЭУМ): понятий, суждений или информационных блоков. Эти ЭУМ связаны друг с другом, а учитель в каждый данный момент требует усвоения всей изученной информации, то есть его уровень требований  $Tr$  равен количеству сообщенных им знаний с учетом их сложности. Будем считать, что сложность  $i$ -того ЭУМ  $s_i$  пропорциональна затратам времени и усилий, требующихся для усвоения данного ЭУМ; причем у самого простого ЭУМ  $s_i = 1$ , а у более сложных –  $s_i$  больше 1. Так как вся учебная информация в конечном счете передается в словесной форме, то можно оценить сложность того или иного блока учебного материала. Для расчета уровня требований  $Tr$  можно использовать формулу:  $Tr = s_1 + s_2 + \dots + s_i + \dots + s_n$ , где  $s_i$  – сложность  $i$ -ого понятия,  $n$  – количество понятий в блоке. Если все  $n$  ЭУМ имеют сложность 1, то  $Tr$  равно  $n$ . Если учебный материал содержит 250 понятий (ЭУМ), из которых 83 имеют сложность 1, 122 понятий – сложность 2, а остальные 45 понятий – сложность 3, то уровень требований учителя  $Tr = 83 \cdot 1 + 122 \cdot 2 + 45 \cdot 3 = 462$  ЭУМ.

Скорость передачи информации  $v = Tr/t$  равна количеству знаний, сообщаемых учителем в единицу времени, и зависит от уровня требований  $Tr$ , то есть от числа  $n$  ЭУМ и их сложности  $s_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

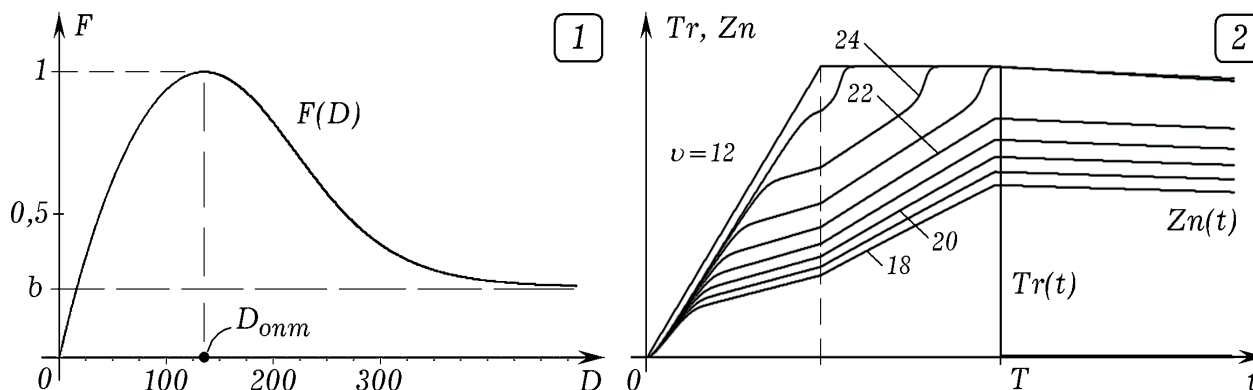
Результат обучения во многом зависит от степени понимания изучаемого материала. Ученик понимает сообщаемую ему информацию, если он в состоянии соотнести ее с собственной категориальной системой понятий. [9, с. 97–100] В его сознании происходит перекодирование поступающей речевой или текстовой информации, ее «укладывание» в собственную понятийную систему с последующим запоминанием. Чем сложнее утверждение учителя или записанная им формула, тем больше мыслительных действий за то же время должен совершить ученик, чтобы ее понять. Если учитель излагает сложный материал, перескакивая через некоторые умозаключения, представляющие трудность для ученика, то ученик не сможет или не успеет связать сообщаемую ему новую информацию с собственной системой понятий, не поймет до конца всех проводимых рассуждений.

Анализируемая математическая модель ученика обоснована в [7]; она сводится к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} dZ/dt &= k\alpha_Z K(v)F(D) - k\alpha_U Z - \gamma_Z Z + \gamma_U U, \\ dU/dt &= k\alpha_U Z - k\alpha_N U - \gamma_U U + \gamma_N N, \quad dN/dt = k\alpha_N U - \gamma_N N, \\ Zn &= Z + U + N, \quad K(v) = 1/(1 + \exp(0,25v - 3)), \quad D = Tr - Zn, \\ F(D) &= 1,65(1 - \exp(-0,01D)) \left( 0,15 + \frac{0,85}{1 + \exp(0,02D - 4)} \right), \end{aligned}$$

где  $\gamma_Z = 10^{-3}$  УЕВ $^{-1}$ ,  $\gamma_U = \gamma_Z/2,72$  УЕВ $^{-1}$ ,  $\gamma_N = \gamma_U/2,72$  УЕВ $^{-1}$  – коэффициенты забывания;  $\alpha_Z = 14$  УЕВ $^{-1}$ ,  $\alpha_U = 5 \cdot 10^{-3}$  УЕВ $^{-1}$ ,  $\alpha_N = \alpha_U/2,72$  УЕВ $^{-1}$  – коэффициенты усвоения. Здесь  $Z$ ,  $U$  и  $N$  – количества непрочных знаний, умений и навыков (то есть прочных знаний) ученика соответственно. Коэффициенты забывания характеризуют скорость перехода прочных знаний в непрочные и их забывание. Коэффициенты усвоения определяют быстроту усвоения знаний учеником и перехода непрочных знаний в прочные. Во время обучения считается, что  $k = 1$ , а после его окончания  $k = 0$ . При изложении нового материала  $Tr$  растет, а при повторении остается постоянным.

**Рис. 1: Зависимость  $F = F(D)$ . Результаты моделирования обучения**



Рассматриваемая модель учитывает, что скорость увеличения знаний ученика  $dZn/dt$  пропорциональна его усилиям  $F$ , затрачиваемым в единицу времени, которые зависят от разности  $D$  между уровнем требований учителя  $Tr$  и знаниями ученика  $Zn$ . Затрачиваемые учеником усилия  $F$  при небольших  $D = Tr - Zn$  возрастают, достигают максимума, а при больших  $D$  ученик осознает, что не может усвоить требуемый материал, и  $F$  уменьшается, стремясь к некоторому пределу  $b = 0,1-0,3$  (рис. 1.1). Скорость увеличения знаний также зависит от пропускной способности канала связи «учитель–ученик». При небольшой скорости  $v$  изложения нового материала учителем коэффициент передачи канала связи  $K$  равен 1, а при больших  $v$  ученик не успевает воспринять, понять и усвоить рассуждения учителя, поэтому  $K$  уменьшается до 0. Состояние ученика в каждый момент времени определяется количеством непрочных знаний  $Z$ , умений  $U$  и навыков  $N$  (прочных знаний), а также их суммарным объемом  $Zn = Z + U + N$ . Непрочные знания забываются быстрее прочных знаний. В процессе обучения у ученика увеличивается количество непрочных знаний  $Z$ , причем часть непрочных знаний превращаются в более прочные (умения  $U$  и навыки  $N$ ). При отсутствии обучения происходит забывание: прочные знания (навыки) постепенно превращаются в менее прочные, а количество непрочных знаний  $Z$  уменьшается по экспоненциальному закону. Для статистического моделирования обсуждаемой дидактической системы используется программа 1.

Программа 1 (Free Pascal).

```

{$N+}Uses dos,crt,graph; Const dt=0.05; Mt=1.5; Mz=0.12; B=0.15;
v=9; Var DV,MV,m,j: integer; F,D,Z,U,N,aZ,aU,aN,gZ,gU,gN:single;
SZ,y,k,KK,Tr,Tr1,vv,Zn1,Zn,t:single; nn:array[1..120] of integer;
Function RND: single; var h,m,s,hs: word; begin
GetTime(h,m,s,hs); y:=1.11*y+hs/100+(hs/100)*random(1000)/1000;
y:=y-int(y); RND:=y; end;
Procedure RND1; begin aZ:=10+6*RND; aU:=0.005+3E-3*RND;
aN:=aU/2.72; gZ:=2E-3+5E-4*RND; gU:=gZ/2.72; gN:=gU/2.72; end;
BEGIN DV:=Detect; InitGraph(DV,MV,'');
For j:=1 to 1000 do begin RND1; t:=0; Z:=0; U:=0; N:=0;
Repeat t:=t+dt; k:=1; If t<200 then Tr:=Tr+v*dt;
If t>400 then begin k:=0; Tr:=0; end; D:=(Tr-Zn); F:=0; If Tr>Zn
then F:=1.65*(1-exp(-D/100))*(B+(1-B)/(1+exp((D-200)/50)));
Z:=Z+k*(aZ*F/(1+exp((vv-12)/4))-aU*Z-gZ*Z+gU*U)*dt; U:=U+(k*aU*Z-
k*aN*U-gU*U+gN*N)*dt; N:=N+(k*aN*U-gN*N)*dt; KK:=(Z+U+N)/(v*200);
Zn:=Z+N+U; vv:=(Tr-Tr1)/dt; Tr1:=Tr; SZ:=Z+U+N;
circle(10+round(Mt*t),500-round(Mz*Tr),1); line(0,500,800,500);
circle(10+round(Mt*t),500-round(Mz*(SZ)),1); {circle(10+round
(Mt*t),500-round(Mz*(N+U)),1); circle(10+round(Mt*t),500-round
(Mz*(N)),1);} until (Keypressed)or(t>450);
For m:=20 to 120 do begin If (SZ/20>m-1)and(SZ/20<=m)then begin
inc(nn[m]); circle(10+4*m,700-nn[m]*4,2); end; end; end;
circle(10,10,2); Repeat until (Keypressed); CloseGraph; END.

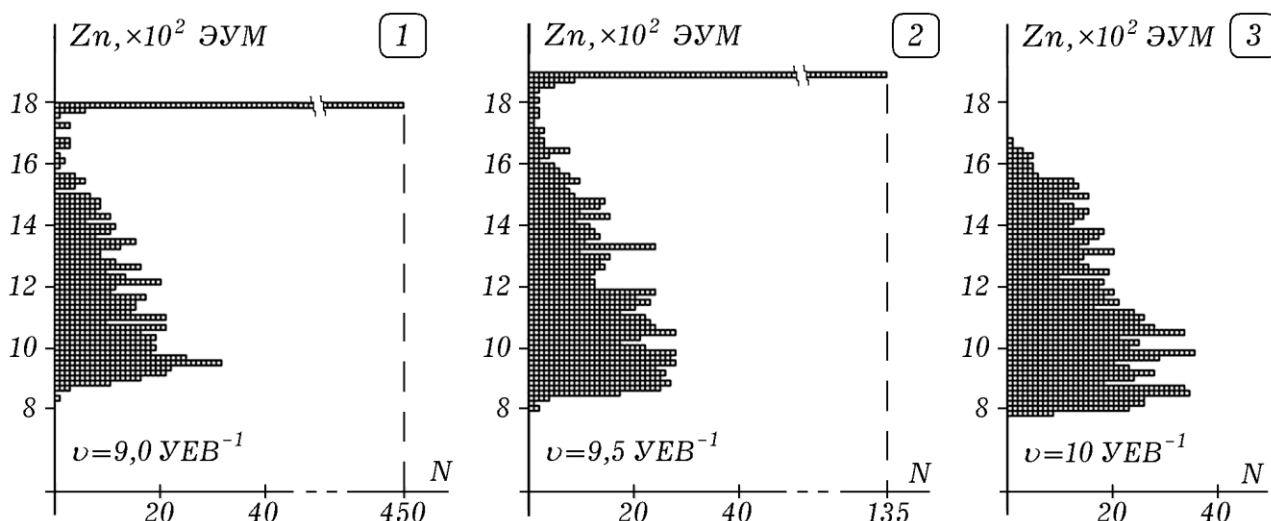
```

## 2. Результаты моделирования

Пусть учитель в течение времени  $T = 400$  УЕВ (4 часа) обучает ученика. При этом он половину времени тратит на изучение теоретического материала, а другую половину — на повторение и выполнение практических заданий. Уровень требований учителя изменяется так: в течение первой половины занятия (200 УЕВ)  $Tr$  возрастает прямо пропорционально  $t$  ( $Tr = \nu t$ ), а в течение второй половины (200 УЕВ) — остается постоянным. На рис. 1.2 представлены результаты имитационного моделирования обучения учеников с различными коэффициентами усвоения  $\alpha_Z = 18, 19, 20, \dots, 25$  при скорости сообщения информации  $\nu = 12$  УЕВ<sup>-1</sup>. Видно, что результаты обучения ученика сильно зависят от его способности усваивать новую информацию. Во время изложения теоретического материала ( $t < T/2$ ) ученики с низким коэффициентом усвоения ( $\alpha_Z \leq 22$ ) “отрываются” от учителя, после чего скорость увеличения их знаний существенно уменьшается. Во время второй половины занятия ( $T/2 < t < T$ ), когда ученики занимаются повторением и закреплением, их знания увеличиваются быстрее. После окончания обучения происходит забывание. Ученики с

высоким коэффициентом усвоения ( $\alpha_Z \geq 23$ ) запоминают практически весь новый материал (рис. 1.2).

**Рис. 2:** Результаты «обучения» 1000 учеников при  $\nu = 9; 9,5; 10 \text{ УЕВ}^{-1}$ .



При использовании метода статистических испытаний рандомизировались следующие параметры модели: 1) коэффициенты усвоения ученика  $\alpha_Z$  из интервала  $[10; 16]$ ,  $\alpha_U$  из интервала  $[0,005; 0,008]$ ,  $\alpha_N = \alpha_U / 2,72$  ( $\text{УЕВ}^{-1}$ ); 2) коэффициенты забывания  $\gamma_Z$  из интервала  $[0,002; 0,0025]$ ,  $\gamma_U = \gamma_Z / 2,72$ ,  $\gamma_N = \gamma_U / 2,72$  ( $\text{УЕВ}^{-1}$ ). Все эти случайные величины имели равномерное распределение. Это позволило промоделировать обучение 1000 учеников при  $\nu = 9; 9,5; 10 \text{ УЕВ}^{-1}$  и рассчитать их уровень знаний в момент  $t'=450$  УЕВ. Результаты моделирования представлены на рис. 2; по горизонтали откладывается количество учеников  $N$  с данным значением  $Zn(t')$ . Видно, что при  $\nu = 9,5 \text{ УЕВ}^{-1}$  (рис. 2.2) однородная совокупность учеников после обучения распадается на две группы: 1) ученики, полностью усвоившие изучаемый материал (20 % от общего числа), их уровень знаний  $Zn \approx 1900$  ЭУМ; 2) ученики, частично усвоившие учебный материал (80 % от общего числа), их уровень знаний находится в интервале от 800 до 1700 ЭУМ. При меньшей скорости изложения материала  $\nu = 9 \text{ УЕВ}^{-1}$  (рис. 2.1) более 45 % полностью усваивают изложенный материал ( $Zn \approx 1800$  ЭУМ). Если  $\nu < 7,5 \text{ УЕВ}^{-1}$ , то все ученики полностью усваивают

сообщаемую информацию. При высокой скорости  $\nu = 10 \text{ УЕВ}^{-1}$  ни один ученик не успевает усвоить весь материал, уровень знаний учеников в момент  $t'$  лежит в интервале от 780 до 1650 ЭУМ (рис. 2.3).

## Заключение

Обсуждаемая компьютерная модель ученика учитывает: 1) переход непрочных знаний в прочные, которые забываются существенно медленнее; 2) нелинейную зависимость усилий ученика  $F$ , от его отставания  $D = Tr - Zn$ ; 3) уменьшение коэффициента передачи канала связи «учитель–ученик» до нуля с ростом скорости изложения нового материала. Предложена компьютерная программа, моделирующая 1000 реализаций процесса обучения при случайным образом изменяющихся коэффициентах усвоения и забывания. Показано, что при определенной скорости сообщения информации изначально однородная совокупность учеников распадается на две группы, состоящие из учеников, полностью усвоивших учебный материал, и учеников которые его усвоили частично. При увеличении скорости изложения материала количество учеников, полностью усвоивших сообщаемую им информацию, уменьшается до нуля.

## Литература:

1. Добрынина Н.Ф. Математические модели распространения знаний и управления процессом обучения студентов. — Фундаментальные исследования. — 2009 — N 7.
2. Доррер, А.Г., Иванилова, Т.Н. Моделирование интерактивного адаптивного обучающего курса // Современные проблемы науки и образования. — 2007. — N 5.
3. Ивашкин, Ю.А., Назойкин, Е.А. Мультиагентное имитационное моделирование процесса накопления знаний // Программные продукты и системы. — 2011. — N 1. — С. 47 – 52.
4. Леонтьев, Л. П., Гохман, О. Г. Проблемы управления учебным процессом: математические модели. – Рига, 1984. – 239 с.
5. Майер, Р.В. Зависимость понимания темы от скорости поступления учебной информации: Результаты компьютерного моделирования // Современные научные исследования и инновации. 2015. № 7 [Электронный ресурс]. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2015/07/56515>
6. Майер, Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения: монография. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2014. — 141 с. URL: <http://maier-rv.glazov.net>.

7. Майер, Р.В. Чередование теоретических и практических занятий как эффективный метод обучения: Результаты имитационного моделирования // Современное образование. – 2015. – № 4. – С.145 – 155. DOI: 10.7256/2409-8736.2015.4.16041.
8. Новиков, Д.А. Закономерности итеративного научения. – М.: Институт проблем управления РАН, 1998. – 77 с.
9. Фридман, Л.М., Кулагина И.Ю. Психологический справочник учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 288 с.
10. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 302 с.
11. Mayer, R.V. Computer-Assisted Simulation Methods of Learning Process // European Journal of Contemporary Education, 2015, Vol.13, Is.3, pp.198–212, 2015. DOI:10.13187/ejced.2015.13.198

## **STUDYING OF IMITATING MODEL OF THE PUPIL BY METHOD OF STATISTICAL TESTS**

**Mayer Robert Valerievich**

**Doctor of pedagogical sciences, professor of the Physics and didactics of physics Chair  
in the FSBEI of HPE «The Glazov Korolenko State Pedagogical Institute»  
Glazov, Russia**

**Abstract:** The mathematical and computer models of training process is considered in article. This models takes into account that: 1) during training the amount of weak (poor) pupil's knowledge increases, and part of weak knowledge transforms into stronger (solid) knowledge which are forgotten significantly more slowly; 2) if the difference between the pupil's knowledge and the teacher's requirements grows, then the efforts made by the pupil at first increases, reaches a maximum, and then decreases; 3) at increase in speed of the teacher's statement of new material the transmission coefficient of the «teacher–pupil» channel at first is equal 1, and then smoothly decreases to 0. The computer program is offered which allows to study the imitating model of the pupil by method of statistical tests, a series of computing experiments is carried out, dependence of the training results on information transfer speed from the teacher to the pupil is analyzed. It is shown that at a certain speed of the training material transfer initially uniform set of pupils' breaks up to group of the pupils who have acquired the training material, and group of pupils which haven't acquired it.

**Keywords:** theory of training, imitating modeling, didactic system, statistical modeling, training, teacher, pupil.



**References:**

1. Dobrynina N.F. Matematicheskie modeli rasprostraneniya znaniy i upravleniya processom obucheniya studentov [Mathematical models of the spread of knowledge and learning management students]: Basic research, 2009, N 7.
2. Dorrer A.G., Ivanilova T.N. Modelirovanie interaktivnogo adaptivnogo obuchajushhego kursa [Modeling of interactive adaptive course of learning: Modern problems of science and education], 2007, N 5.
3. Ivashkin Ju.A., Nazojkin E.A. Mul'tiagentnoe imitacionnoe modelirovanie processa nakopleniya znaniy [Multi-agent simulation of the process of accumulation of knowledge]: Software products and systems, 2011, N 1, pp. 47 – 52.
4. Leont'ev L.P., Gohman O.G. Problemy upravleniya uchebnym processom: Matematicheskie modeli [Problems Training Management: Mathematical model], Riga, 1984, 239 p.
5. Majer, R.V. Zavisimost' ponimaniya temy ot skorosti postupleniya uchebnoj informacii: Rezul'taty komp'yuternogo modelirovaniya [The dependence of the understanding of the topic from the rate of arrival of educational information: Results of computer modeling] // Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovacii. 2015. № 7. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2015/07/56515>
6. Majer, R.V. Kiberneticheskaja pedagogika: Imitacionnoe modelirovanie processa obucheniya. Monografija [Cybernetic Pedagogy: Simulation of the learning process. Monograph]. – Glazov: Glazov. gos. ped. in-t, 2014. — 141 s. URL: <http://maier-rv.glazov.net>
7. Majer, R.V. Cheredovanie teoreticheskikh i prakticheskikh zanjatij kak jeffektivnyj metod obucheniya: Rezul'taty imitacionnogo modelirovaniya [The alternation of theoretical and practical training as an effective method of learning: Results of imitating modeling] // Sovremennoe obrazovanie. – 2015. – № 4. – pp.145 – 155. DOI: 10.7256/2409-8736.2015.4.16041.
8. Novikov, D.A. Zakonomernosti iterativnogo nauchenija [Regularities of iterative learning]. – M.: Institut problem upravlenija RAN, 1998. – 77 p.
9. Fridman, L.M., Kulagina I.Ju. Psihologicheskij spravocnik uchitelja [Psychology teacher handbook]. – M.: Prosveshhenie, 1991. – 288 p.
10. Shennon, R. Imitacionnoe modelirovanie sistem: iskusstvo i nauka [Simulation Systems: The art and science]. – M.: Mir, 1978. – 302 p.
11. Mayer, R.V. Computer-Assisted Simulation Methods of Learning Process // European Journal of Contemporary Education, 2015, Vol.13, Is.3, pp.198–212, 2015. DOI:10.13187/ejced.2015.13.198

## **Contact**

Mayer Robert

The FSBEI of HPE «The Glazov Korolenko State Pedagogical Institute»

25 Pervomayskaya St., 427621, Glazov, Russia

robert\_maier@mail.ru